

Associazione Ligure  
per l'Insegnamento della  
MAtematica



DIMA  
Dipartimento di matematica  
dell'Università di Genova

Giuseppe Bruzzaniti

# Intrecci tra fisica, matematica e filosofia: punti di svolta nel Novecento



Istituto Nautico San Giorgio - Genova - 6 marzo 2024



# Tre riflessioni

## **Stato dell'arte**

due rivoluzioni:

- teoria della relatività (1905)
- meccanica quantistica (1927)

**E DOPO ?**

## **Paradigma Piero Angela**

- Tutto può essere spiegato a tutti  
**E' proprio così?**
- I pericoli del paradigma: il caso dello spin



## **Storia della fisica**

**E' solo una narrazione di eventi?**

**Formazione dei concetti**

Formazione dei concetti

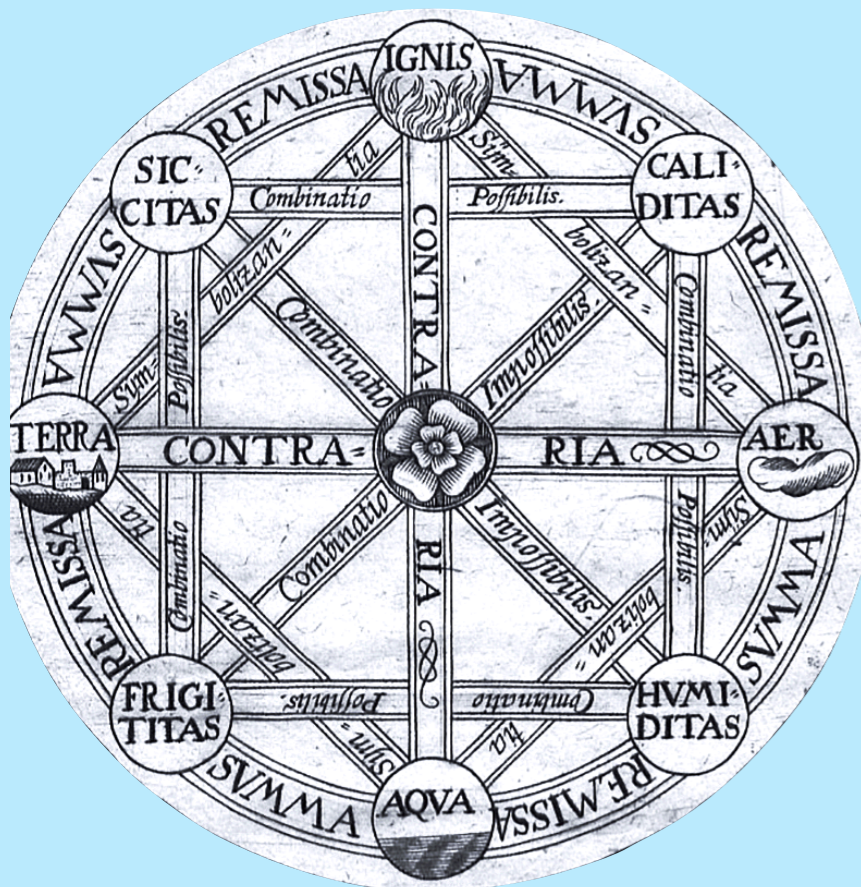
straordinari intrecci tra matematica fisica e filosofia

ruolo svolto dalle “metafisiche personali” (Lakatos,

influenza esercitata da rivoluzioni dimenticate

“vettore epistemologico”(Bachelard) che va dal reale al razionale

## Teoria dei 4 elementi



## Modello Standard

	Tre generazioni della materia (fermioni)			Mediatori delle interazioni e Higgs (bosoni)	
Quark	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ <b>u</b> up	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ <b>c</b> charm	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ <b>t</b> top	0 0 1 <b>g</b> gluone	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$ 0 0 0 <b>H</b> higgs
	$\approx 4.7 \text{ MeV}/c^2$ $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ <b>d</b> down	$\approx 96 \text{ MeV}/c^2$ $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ <b>s</b> strange	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$ $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ <b>b</b> bottom	0 0 1 <b><math>\gamma</math></b> fotone	
	$\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$ -1 $\frac{1}{2}$ <b>e</b> elettrone	$\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$ -1 $\frac{1}{2}$ <b><math>\mu</math></b> muone	$\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$ -1 $\frac{1}{2}$ <b><math>\tau</math></b> tauone	0 0 1 <b>Z</b> bosone Z	
Leptoni	$< 1.0 \text{ eV}/c^2$ 0 $\frac{1}{2}$ <b><math>\nu_e</math></b> neutrino elettronico	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$ 0 $\frac{1}{2}$ <b><math>\nu_\mu</math></b> neutrino muonico	$< 18.2 \text{ MeV}/c^2$ 0 $\frac{1}{2}$ <b><math>\nu_\tau</math></b> neutrino tauonico	$\approx 80.39 \text{ GeV}/c^2$ $\pm 1$ 1 <b>W</b> bosone W	

Sogno: scoprire il piccolo numero di elementi o “radici” di tutte le cose (fuoco, aria, terra, acqua)

Certezza: la “ragione” delle cose è osservabile nelle cose stesse:

Sogno: scoprire il piccolo numero di elementi o “radici” di tutte le cose (Quark, elettroni....)

Rinuncia: La comprensione dei costituenti “elementari” passa attraverso la rinuncia alla loro visualizzabilità. Essi diventano “**ENTITÀ TEORICHE**”: per osservarli è necessario affidarsi a nuovi “occhi”

**Il percorso che ha condotto alla “visibilità” delle entità teoriche attraverso rappresentazioni condivise è stato rivoluzionario.**

**E' stata però una rivoluzione soprattutto filosofica perché sono state scardinate tantissime categorie filosofiche ritenute ben consolidate, ha mutato e ridefinito il significato di molti concetti (ad esempio, spazio, tempo, massa, stato, vuoto....)**

**Quando parliamo di “crisi” della fisica sarebbe meglio dire “crisi” della filosofia perché è quest'ultima che non è stata in grado di adeguare le proprie categorie alle stupefacenti acquisizioni della fisica.**

# I "punti di svolta"

1905  
relatività



A. Einstein

1927 - Mecc. Quantistica

congresso



Solvay

1947 - Teoria quantistica dei campi

conferenze



shelter

( $\approx$  1930) Una nuova parola d'ordine: SIMMETRIA

E. Noether



E. Wigner



1954 - Teorie di gauge

C. N. Yang



R. Mills

C. N. Yang (1922 - ) and Robert Mills (1927 - 1999) at Stony Brook in 1999.

Modello

Teoria elettrodebole

QCD  
Cromodinamica  
quantistica

Standard

1964 - I quark

M. Gell-Mann



G. Zweig



# Uno "scisma nella fisica"

1927 - Mecc. Quantistica

congresso



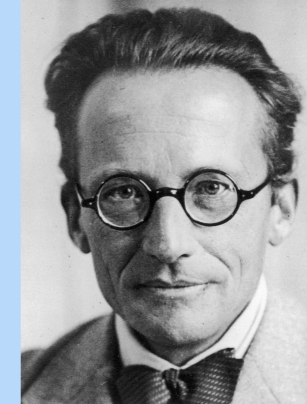
Le T. F. parlano della natura degli oggetti o solo dei loro comportamenti?

W. Heisenberg



Le teorie (modelli) proposte debbono avere una base interpretativa "visualizzabile", ossia fondata sull'intuizione?

E. Schrödinger



Meccanica delle matrici  $pq - qp = -i\hbar$

NO

La fisica deve trattare solo con quantità osservabili. Va perciò evitato qualunque tentativo costruire modelli visualizzabili della struttura atomica

SI

Meccanica ondulatoria  $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H\Psi$

Le teorie formulate devono recuperare una dimensione intuitiva e la possibilità di visualizzare i processi atomici

# Il cuore

Relazioni  
d'indeterminazione  
(parte limitativa)

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{1}{2} \hbar$$

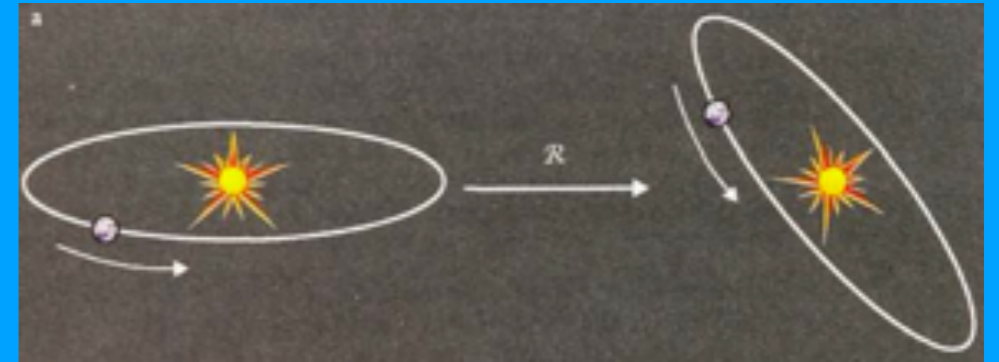
$$\Delta E \Delta t \geq \frac{1}{2} \hbar$$

“L'energia può essere presa in prestito: maggiore è l'energia prestata e minore deve essere la durata del prestito” (E. Fermi)

$$\Delta t \approx \hbar / \Delta E$$

Principio di sovrapposizione (parte costruttiva)

Meccanica  
classica



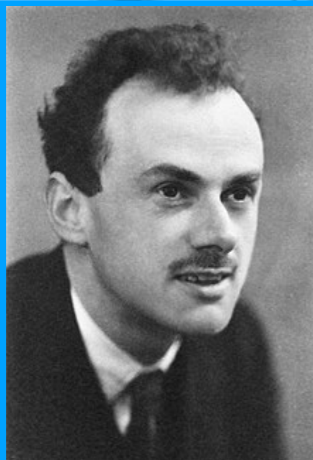
Una rotazione che agisce sull'orbita di un pianeta produce un'altra possibile orbita. Si tratta però di orbite che si escludono a vicenda: il pianeta sta o sulla prima o sulla seconda

Meccanica  
quantistica

Se  $|\psi_1\rangle$  e  $|\psi_2\rangle$  sono stati del sistema, allora anche  $|\psi\rangle = c_1 |\psi_1\rangle + c_2 |\psi_2\rangle$  è uno stato del sistema

Quindi:

Se  $|\psi\rangle$  presenta invarianza per rotazione allora, anche  $|\psi\rangle + R|\psi\rangle$  rappresenta uno stato del sistema rotazionalmente invariante

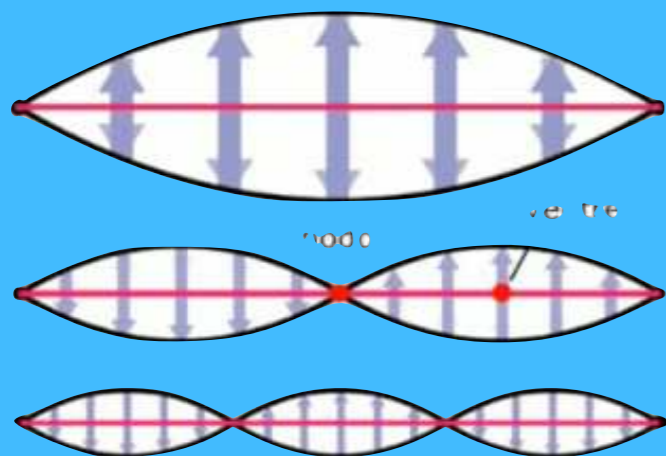


## Paul Adrien Maurice Dirac (1902 - 1984)

- Genio assoluto, introverso (il Dirac è l'unità di misura del silenzio verbale 1 Dirac = 1 parola/ora),
- talento matematico, sostenitore della bellezza matematica.
- Figura di transizione tra la generazione di Einstein, Schrödinger, De Broglie e quella di Feynman, Schwinger, Weinberg.
- Chiude la fase del dualismo ondulatorio - corpuscolare e apre quella della Teoria quantistica dei campi (QFT)

### 1927 *Pubblica l'idea alla base dell'elettrodinamica quantistica*

Immaginiamo una corda tesa e fissata ai suoi estremi. Vi sono molti modi semplici in cui la corda può vibrare e ciascuno di questi può essere caratterizzato dal numero di punti che rimangono fermi mentre la corda oscilla.



- Questi modi vengono detti “*modi normali*”
- In ogni modo normale ciascun punto della corda oscilla armonicamente, ossia come una particella sospesa a una molla
- Ogni oscillazione della corda, comunque complicato, può essere ricostruito sommando un determinato numero (anche infinito) di modi normali. Studiare il moto della corda equivale a studiare il moto di infiniti oscillatori armonici
- Quanto detto - si può dimostrare - vale per qualunque sistema continuo governato da equazioni lineari

**Il campo elettromagnetico è un sistema continuo e le equazioni di Maxwell che lo governano sono lineari**

**QUINDI....**



Il campo elettromagnetico può essere pensato nei termini dei suoi “modi normali” cioè come un insieme di oscillatori armonici

Secondo la M. Q. l'energia degli oscillatori può variare solo per multipli  $h\nu$

I fotoni emergono in modo naturale come il prodotto della quantizzazione del campo

... Un progetto ambizioso...

Data la simmetria tra radiazione e materia stabilita dalla M.Q. , l'elettrone non potrebbe essere pensato come il prodotto della quantizzazione del suo campo ondulatorio?

Fotoni:  
quanti del campo  
elettromagnetico

perfetta simmetria tra  
radiazione e materia

Elettroni:  
quanti del campo  
elettronico

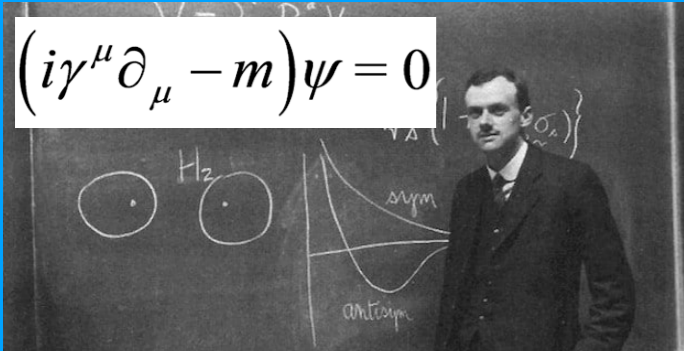
... Un progetto ambizioso...

Fotoni:  
quanti del campo

perfetta simmetria tra  
radiazione e materia

Elettroni:  
quanti del campo

Un problema: il campo elettromagnetico è governato da equazioni (Maxwell) relativisticamente invarianti.  
Al contrario, il campo elettronico è governato da un'equazione (Schrödinger) non relativistica.



1928 Dirac risolve il problema e formula l' "equazione di Dirac"

le ... magie ... dell'equazione

prevede l'esistenza  
dello spin

prevede l'esistenza  
dell'antimateria

un nuovo concetto  
di vuoto

Dirac non porterà a termine il "progetto" ma consegnerà il  
testimone a una nuova generazione di fisici

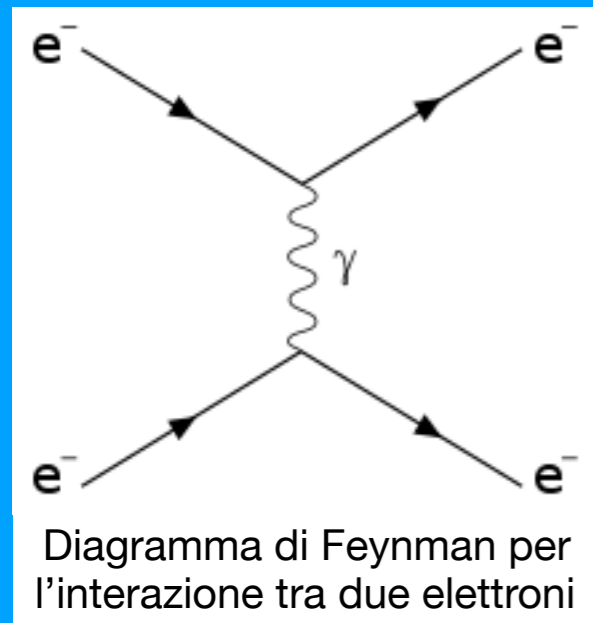
# Il “gioiello della fisica”: l'elettrodinamica quantistica (QED)

Primo esempio di teoria quantistica dei campi: descrive l'interazione tra radiazione (fotoni) e materia (elettroni)



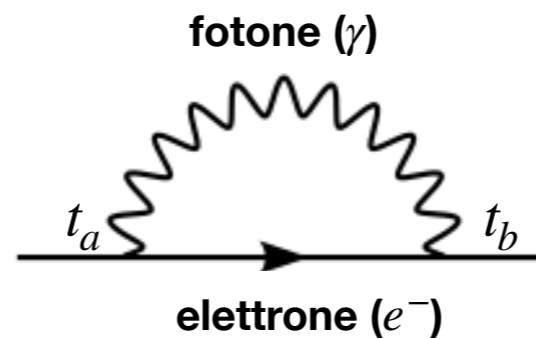
## Il paradigma:

- Esistono solo campi quantistici. Le particelle sono eccitazioni del campo
- l'interazione è prodotta da “particelle” mediatrici



Problema: l'elettrone produce un campo elettromagnetico quindi deve interagire con sé stesso. Come la (QED) descrive questo fenomeno? (self energy dell'elettrone)

Nasce l'idea di particella virtuale



In  $t_a$  l'elettrone emette un fotone ma il processo violerebbe il principio di conservazione dell'energia. Questo diventa possibile grazie al principio di indeterminazione

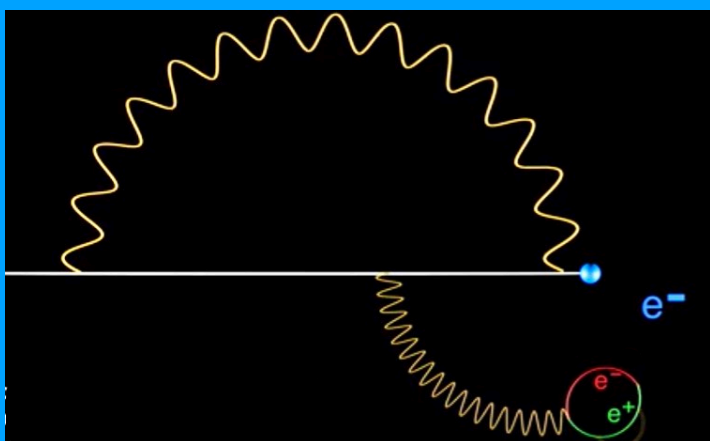
$$\Delta E \Delta t \approx \hbar.$$

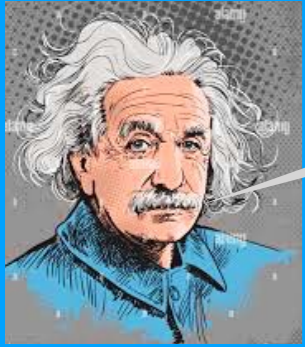
basta che il fotone sia riassorbito dopo un tempo

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E}$$

Una grande svolta: la ridefinizione del concetto di vuoto

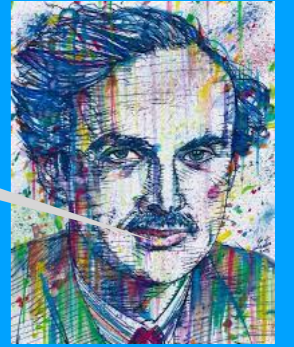
“Lo stato fisico del nulla”, usando una felice espressione di Schwinger, è un continuo ribollire di stati virtuali che esistono per piccolissime frazioni di tempo per essere subito riassorbite.



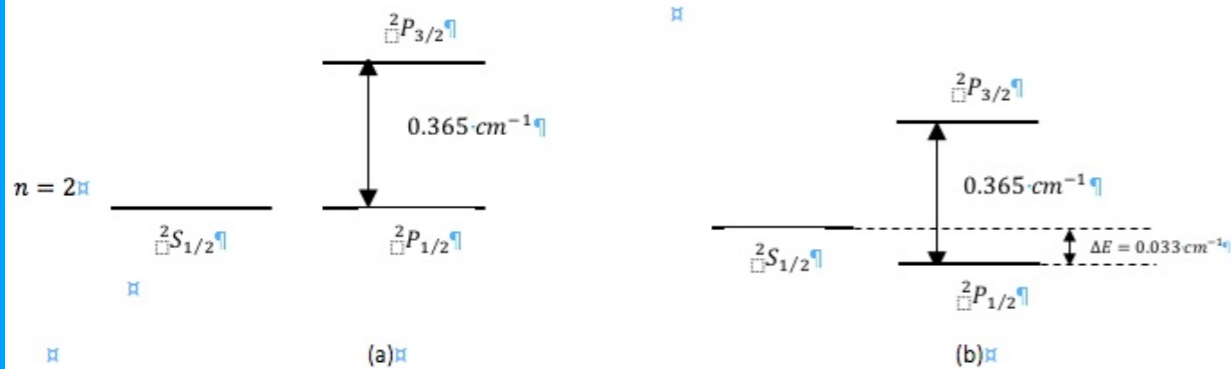


Ma stiamo facendo fisica o metafisica?  
Si tratta solo di speculazioni metafisiche?

La risposta è semplice: la metafisica non è controllabile sperimentalmente, la fisica sì.  
E la QED conduce a un accordo con i dati empirici stupefacente



### Lamb shift (W. E. Lamb, R. C. Retherford, 1947)



$$\Delta E_{sper} \approx 1000 \text{ MHz}$$

$$\Delta E_{teor} \approx 1040 \text{ MHz}$$

### Momento magnetico anomalo dell'elettrone

$$\text{Valore misurato} = 1.159652180252(95) \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Valore calcolato} = 1.15965218073(28) \cdot 10^{-3}$$

**Precisione:  
una parte per miliardo**

### 1918 Teorema di Noether

Legame tra simmetria e principi di conservazione  
...ci vollero diverse decine di anni per ottenere il giusto riconoscimento

( $\approx$  1930) Una nuova parola d'ordine: **SIMMETRIA**

E. Noether



E. Wigner

### Fine anni '20

Wigner avvia il suo progetto: applicare i metodi della teoria dei gruppi alla meccanica quantistica

### Primi risultati 1931

Wigner con tecniche gruppali mostra che i livelli energetici e le regole di selezione nella fenomenologia degli spettri sono conseguenza delle proprietà di simmetria dell'atomo.  
...Il lavoro viene generalmente accolto con diffidenza. W. Pauli conia il termine "gruppenpest"

### Il "capolavoro" 1939

Pubblica un lavoro sulle rappresentazioni irriducibili del gruppo di Poincaré che segna un **punto di svolta**

Simmetria e teoria dei gruppi assumono un ruolo di primo piano nella ricerca fondamentale

### Piramide di Wigner



D. J. Gross (Nobel 2004) riprende e estremizza il pensiero di Wigner  
"Sono i principi di simmetria a determinare la forma delle leggi di natura"

Il percorso di Wigner non fu semplice: l'intreccio tra matematica e fisica fu profondissimo fino a rendere indistinguibili i confini tra le due discipline. Inoltre la matematica utilizzata era del tutto inusuale per i fisici

C. N. Yang (1922 - ) and Robert Mills (1927 - 1999)  
at Stony Brook in 1999.

## ...Le basi...

Riferiamoci alle equazioni di Maxwell. Ci volle circa mezzo secolo per scoprire che celavano due gioielli

- Invarianza per trasformazioni di Lorentz
- Invarianza di gauge

Immaginiamo una certa regione R dello spazio in cui è presente un campo elettrico  $\vec{E}$ , esso può essere derivato da una funzione scalare, il potenziale elettrico  $\phi$ . Nulla cambierebbe se in tale regione il potenziale variasse di un'identica quantità. In questo caso abbiamo una **simmetria globale**

Cosa succederebbe se in ogni punto di R il potenziale  $\phi$  variasse di una diversa quantità?

La simmetria precedente scompare. Può essere tuttavia ripristinata grazie al campo magnetico  $\vec{B}$ . Anche questo può essere espresso attraverso un potenziale magnetico  $\vec{A}$  (vettore). Dalle equazioni di Maxwell segue che qualunque variazione di  $\phi$  può essere combinata con una variazione di  $\vec{A}$  in modo che  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  risultino invariati. In una formulazione relativisticamente invariante  $\phi$  e  $\vec{A}$  vengono espressi attraverso un unico oggetto: il **quadripotenziale elettromagnetico**  $A_\mu$  detto anche **campo di gauge**.

noto  $A_\mu$  si ricavano  
 $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ .

Non vale il contrario:  
ci sono infiniti  $A_\mu$  che portano  
agli stessi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$

**Invarianza di gauge  
dell'elettromagnetismo**

Possiamo eseguire  
trasformazioni tra campi di  
gauge lasciando la fisica  
invariata

**Noether**

Conservazione  
della carica  
elettrica

C. N. Yang (1922 - ) and Robert Mills (1927 - 1999)  
at Stony Brook in 1959.

R. Mills

Riferiamoci al campo libero di Dirac  $\psi$ . Poiché le osservabili dipendono da  $|\psi|^2$  la teoria (la lagrangiana) è invariante sotto la *trasformazione di fase*

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\theta} \psi$$

dove  $\theta$  è una costante. Si tratta di una trasformazione globale poiché tutti i valori del campo subiscono lo stesso cambiamento

Cosa succederebbe se considerassimo non una trasformazione globale ma locale, cioè se  $\theta$  fosse una funzione arbitraria delle coordinate, ossia  $\theta = \theta(x)$ ?

Si perderebbe l'invarianza, ma questa può essere ripristinata introducendo il campo di gauge  $A_\mu$

L'esistenza del fotone (cioè di  $A_\mu$ ) diventa la conseguenza dell'imposizione dell'invarianza per trasformazioni di fase locali della lagrangiana di Dirac per le cariche libere. La combinazione di  $\psi \rightarrow \psi' = e^{i\theta(x)}\psi$  con il campo  $A_\mu$  conduce alla comparsa di un nuovo termine nella lagrangiana complessiva che rappresenta proprio l'interazione del campo di Dirac con quello di gauge

Il mutamento di prospettiva è radicale, quasi a conferma della piramide di Wigner

**E' LA SIMMETRIA CHE GENERA L'INTERAZIONE**

Si tratta di una prospettiva che si è affermata come paradigma di tutte le teorie attuali relative alla fisica delle particelle elementari

# Tre parole per tre grandi svolte

Particella



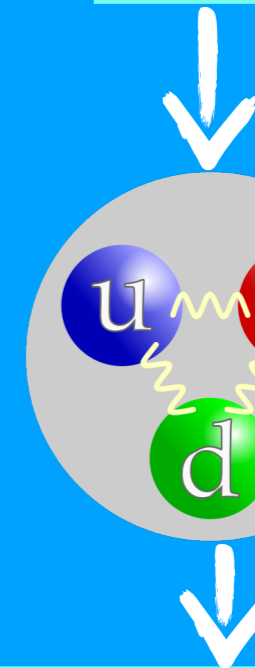
Alla base della materia non vi sono particelle ma campi quantistici

Interazione



L'interazione è generata dalla simmetria

Vuoto



2.4 MeV/c <sup>2</sup>	<sup>2</sup> / <sub>3</sub>	<b>u</b>
	<sup>1</sup> / <sub>2</sub>	up
4.8 MeV/c <sup>2</sup>	<sup>-1</sup> / <sub>3</sub>	<b>d</b>
	<sup>1</sup> / <sub>2</sub>	down

$$M_{quark} = 2.4 + 2.4 + 4.8 = 9.6 \text{ MeV}$$

$$M_{protone} \approx 1 \text{ GeV}; M_{quark} \approx \frac{1}{100} M_{protone}$$

E gli altri  $\frac{99}{100}$  ?

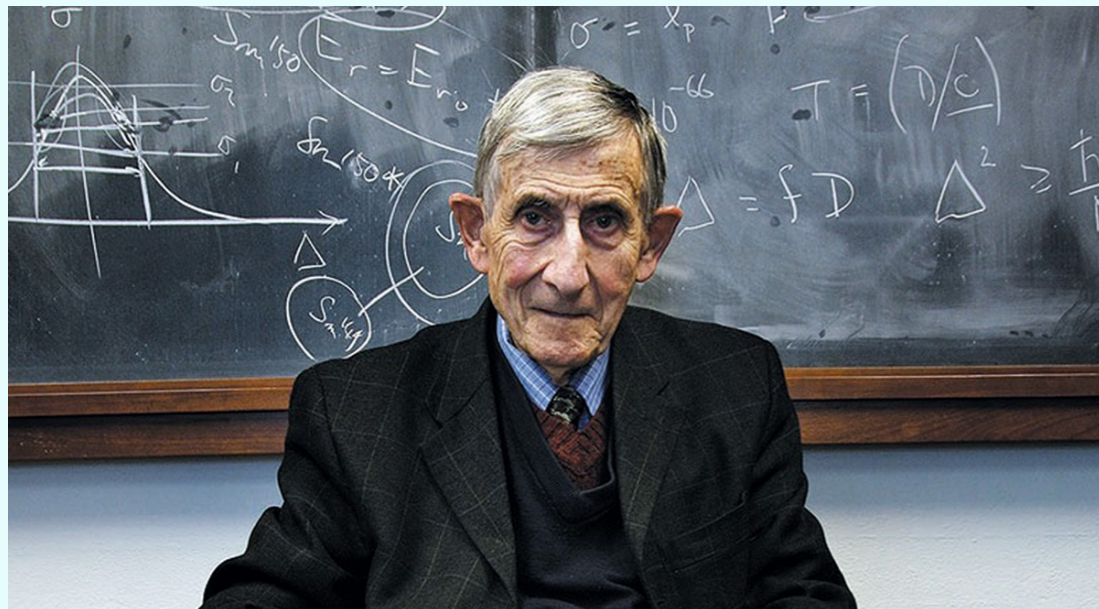
Sono prodotti dal continuo ribollire di particelle virtuali del vuoto quantistico



Quasi un paradosso...  
Ciò che dà senso alla  
"materia" è il vuoto  
quantistico, lo "stato fisico  
del nulla"







## Freeman Dyson

**“Meglio essere ricordati per un premio Nobel non assegnato che per un premio Nobel immeritato”**

**Di cosa siamo fatti? Di cosa è fatta la materia?**

**Persino a un fisico teorico incallito come me riesce sempre sorprendente l'idea che il nostro mondo solido di alberi e pietre possa essere fatto di campi quantistici e nient'altro. Il campo quantistico sembra qualcosa di troppo fluido e inconsistente per essere la sostanza di base dell'universo. Eppure abbiamo imparato gradualmente ad accettare il fatto che sono le leggi della meccanica quantistica a imporre la loro peculiare rigidità ai campi che governano, una rigidità che è estranea alle nostre concezioni intuitive ma che tuttavia assicura efficacemente alla Terra la sua coesione. Abbiamo imparato ad applicare, sia a noi stessi sia al nostro argomento, le parole di Robert Bridges:  
la nostra stabilità è solo equilibrio e la nostra sapienza sta nel controllo magistrale dell'imprevisto**